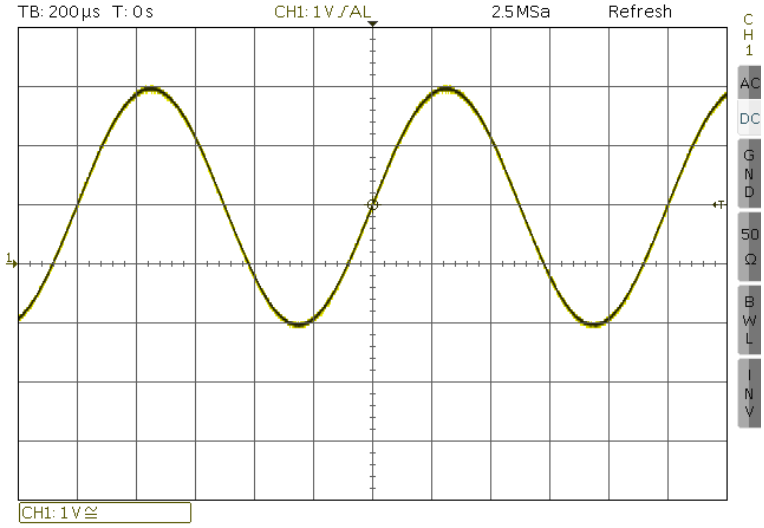
Exercice 1 (3 points)

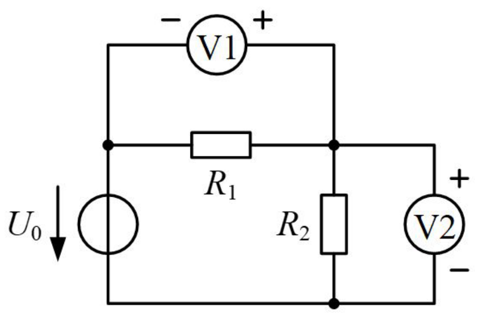
1) On observe le signal suivant à l'oscilloscope :



Quelle est sa composante continue (Offset) ?

Réponse : ……………… **1 V** ……………………………..……………………..

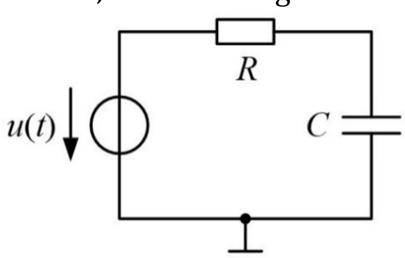
2) Calculer la valeur de la tension U_0 du circuit ci-dessous en se basant sur les mesures des voltmètres V1 et V2.



V1 : 4 V
V2 : 10 V

Réponse : ………… **6 V** ……………………………..……………………..

3) Pour alimenter le circuit ci-dessous avec une tension sinusoïdale sans composante continue, on utilise le générateur de fonctions HMF2525 (voir photo).



- Quelle borne doit être branchée au circuit ?

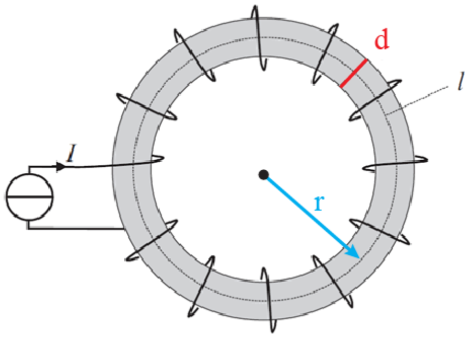
- Quel bouton permet de choisir le type de signal ?
- Quel bouton permet de fournir le signal à la sortie de l'appareil ?
- Quels boutons permettent de choisir les valeurs de la fréquence et de l'amplitude ?

Utiliser des coches pour marquer la borne et les boutons.

Réponse :

Exercice 2 (5 points)

Partie 1 : Dans la figure ci-dessous, un fil est enroulé (N = 1000 spires) sur un noyau diélectrique en forme d'anneau ($\mu_r = 1$). Nous avons d = 16 mm et r = 32 mm.



1) Calculez la surface S de chaque spire ainsi que la longueur moyenne l de la bobine.

$$S = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \pi\frac{\left(16\cdot10^{-3}\right)^2}{4} = 2\cdot10^{-4}\ \text{m}^2$$

$$l = 2\pi r = 2\pi\left(32\cdot10^{-3}\right) = 0.2\ \text{m}$$

Réponse : .... **S = 2 10^{-4} m², l = 0.2 m** ....

2) Calculez l'inductance propre de la bobine. $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ H/m

$$L = \frac{N^2}{l}\mu_0 S = \frac{1000^2}{0.2}\left(4\pi\cdot10^{-7}\right)\left(2\cdot10^{-4}\right) = 1.257\cdot10^{-3}\ \text{H}$$

Réponse : .... **L = 1.257 mH** ....

3) Calculez le flux magnétique induit dans chaque spire pour un courant I = 1.36 A.

$$\phi = \frac{LI}{N} = \frac{\left(1.257\cdot10^{-3}\right)1.36}{1000} = 1.7\cdot10^{-6}\ \text{Wb}$$

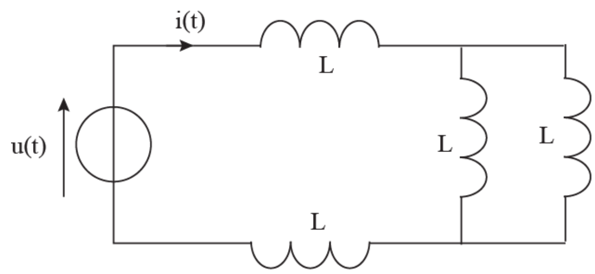
Réponse : .... **Le flux est de 1.7 μWb**.......................

4) Pour ce courant, quelle est l'énergie accumulée dans la bobine ?

$$W_L = \frac{1}{2}LI^2 = 1.16\cdot10^{-3}\ \text{J}$$

Réponse : ....**W_L = 1.16 mJ** ....

Partie 2 : Le circuit ci-dessous contient quatre inductances identiques. Nous connaissons u(t) = 25cos(250t) V et nous avons que la valeur crête du courant i(t) est 14 A.



2) Ecrivez l'expression du courant i(t) sous sa forme valeur instantanée ainsi que sous la forme phaseur efficace complexe associé

Il n'y a que des bobines dans le circuit, le déphasage entre tension et courant sera donc de 90° (en quadrature, tension en avance)

Réponse : ... **i(t) = 14cos(250t + 90°) = 14sin(250t) ; I =14/srqt(2) exp(j90°)**

3) Trouvez la valeur de l'inductance L.

On réduit à une seule bobine équivalente : $L_{eq} = L + L + \frac{L}{2} = \frac{5L}{2}$

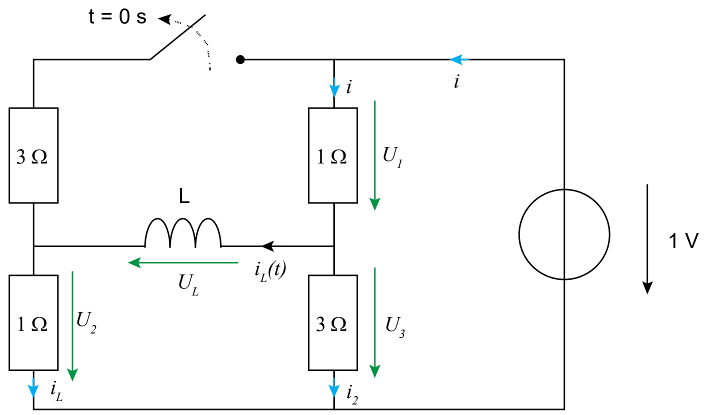
On a donc par la loi d'Ohm généralisée : $\frac{|U|}{|I|} = |Z_{eq}| \Rightarrow \frac{25}{14} = \omega \frac{5L}{2} \Rightarrow L = \frac{25}{14}\frac{2}{5\omega} = 2.86 \cdot 10^{-3}$ H

En utilisant ω = 250 rad/s

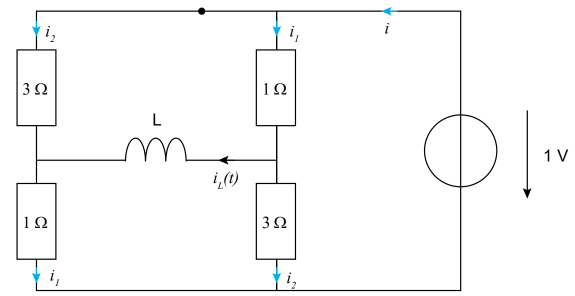
Réponse : …………………… **L = 2.86 mH**………………………………………..……………………..

Exercice 3 (8 points)

Soit le circuit ci-dessous qui est en régime d'équilibre pour t < 0s quand l'interrupteur est en position fermé. A t = 0 s, nous ouvrons l'interrupteur.



1) Montrez que la valeur du courant traversant la bobine à l'instant t = 0s est de 1/3 A.



On remarque la symétrie du circuit. La bobine n'a pas de tension en régime continu, les résistances de 1 et 3 Ω sont donc en parallèle. Le courant total est donc : $i = \frac{1}{2(3//1)} = \frac{2}{3}$ A

Les courants partiels sont : $i_1 = \frac{3}{4}i = \frac{1}{2}$ A; $i_2 = \frac{1}{4}i = \frac{1}{6}$ A

Par la loi des nœuds : $i_1 = i_2 + i_L \Rightarrow i_L = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$ A

2) Indiquez sur le schéma tous courants et tensions du circuit pour t > 0 s.

3) Établissez l'expression pour le courant de la bobine $i_L(t)$ pour t > 0s en utilisant les lois de Kirchhoff.

Loi des nœuds : $i = i_L + i_2$

Loi des mailles (2 mailles indépendantes) :

$$\begin{cases} 1 = U_1 + U_3 \\ U_L + U_2 = U_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 = i + 3i_2 \\ L\dfrac{di_L}{dt} + i_L = 3i_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i = 1 - 3i_2 \\ L\dfrac{di_L}{dt} + i_L = 3i_2 \end{cases}$$

On en déduit que $1 - 3i_2 = i_L + i_2 \Rightarrow i_2 = \frac{1}{4}(1 - i_L)$

Donc : $L\dfrac{di_L}{dt} + i_L = \dfrac{3}{4}(1 - i_L) \Rightarrow \dfrac{di_L}{dt} + \dfrac{7}{4L}i_L = \dfrac{3}{4L}$

Le courant de la bobine a pour solution : $i_L(t) = \dfrac{3}{7} + k\exp\left(-\dfrac{7}{4L}t\right)$ pour t> 0 s

La condition initiale et la continuité du courant nous donne que :
$i_L(0) = \dfrac{3}{7} + k = \dfrac{1}{3} \Rightarrow k = \dfrac{-2}{21}$

Solution : $i_L(t) = \dfrac{3}{7} - \dfrac{2}{21}\exp\left(-\dfrac{7}{4L}t\right)$ pour t> 0 s

Nous allons vérifier la solution obtenue.

4) Quelle est la résistance interne du circuit pour t > 0s vue par la bobine ? En déduire la constante de temps de ce circuit et comparer avec votre réponse à l'expression obtenue pour la partie 3)

On éteint la source de tension (court-circuit). La résistance vue par la bobine est donc de 1 Ω en séries avec (1 Ω parallèle avec 3 Ω) :

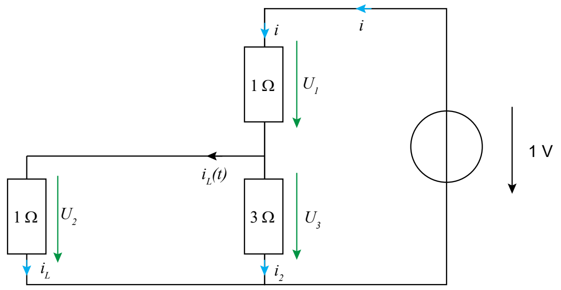
$R_i = 1 + \dfrac{3}{4} = \dfrac{7}{4}\ \Omega$

La constance de temps est donnée par : $\tau_c = \dfrac{L}{R_i} = \dfrac{4L}{7}\ s$

On compare cela avec l'exponentielle $i_L(t) = \dfrac{3}{7} - \dfrac{2}{21}\exp\left(-\dfrac{t}{\tau_c}\right)$: nous avons la même expression pour la constante de temps.

5) Comment se comporte une bobine en régime continu ? En considérant le circuit au temps t → ∞, calculez la valeur du courant $i_L(t)$ (aide : remplacez la bobine par son équivalent continu). Comparez votre réponse à l'expression obtenue en partie 3) évaluée pour t → ∞.

La bobine se comporte comme un court-circuit. Pour un temps vers l'infini le circuit est donc équivalent à :



Le courant total est : $i = \dfrac{1}{1+(3//1)} = \dfrac{4}{7}$ A

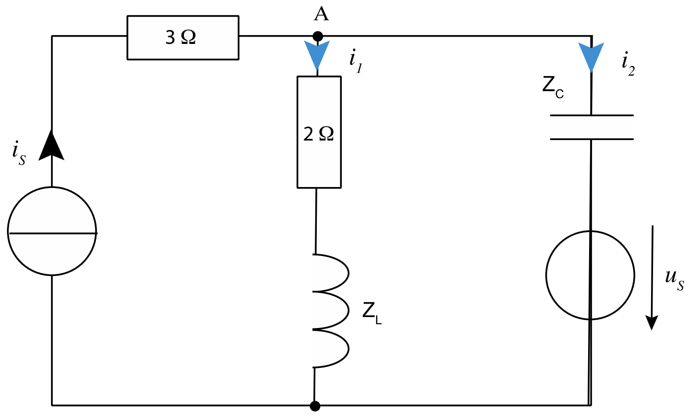
Le courant partiel i_L est donc :

$i_L = \dfrac{3}{4} i = \dfrac{3}{7}$ A

On compare à l'expression évaluée pour t→ ∞ : $i_L(\infty) = \dfrac{3}{7} - \dfrac{2}{21} \times 0 = \dfrac{3}{7}$. Nous avons le même résultat.

Exercice 4 (8 points)

Soit le circuit ci-dessous avec $i_S(t)$ = 3.16cos(200t + 18.43°), $v_S(t)$ = 7.81cos(200t - 50.18°), Z_L = 2j, Z_C = -4j.



1) Calculez les valeurs de l'inductance et de la capacité du circuit.

$$\underline{Z_L} = j\omega L \Rightarrow L = \frac{|\underline{Z_L}|}{\omega} = \frac{2}{200} = 10 \text{ mH}$$

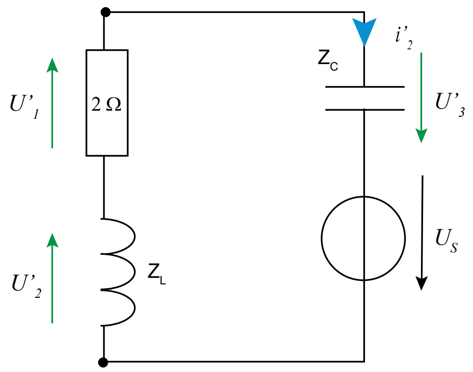
$$\underline{Z_C} = -\frac{j}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega|\underline{Z_C}|} = \frac{1}{200(4)} = 1.25 \text{ mF}$$

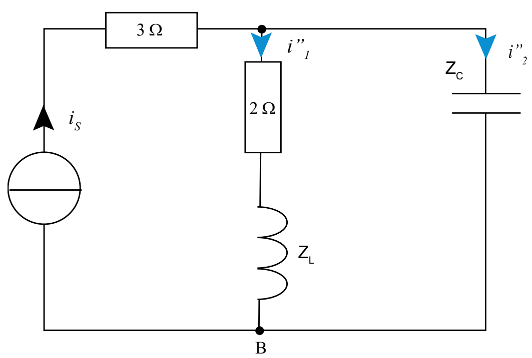
2) Exprimez le courant de la source i_S et la tension la source v_S, sous la forme de phaseur crête ainsi que sous la forme algébrique a + jb (vous pouvez arrondir au nombre entier).

$\underline{\widehat{I_S}} = 3.16 \exp(j18.43°) = 3.16 \cos(18.43°) + j3.16 \sin(18.43°) \approx 3 + j$

$\underline{\widehat{U_S}} = 7.81 \exp(-j50.18°) = 7.81 \cos(-50.18°) + j7.81 \sin(-50.18°) \approx 5 - 6j$

3) Utilisez le principe de superposition pour calculer le courant i2 sous la forme algébrique puis phaseur crête.

On éteint la source de courant :	Loi des mailles :
	$\underline{\hat{U}}'_1 + \underline{\hat{U}}'_2 + \underline{\hat{U}}'_3 + \underline{\hat{U}}_S = 0$ $(2 + 2j - 4j)\underline{\hat{I}}'_2 + \underline{\hat{U}}_S = 0$ $\underline{\hat{I}}'_2 = -\frac{\underline{\hat{U}}_S}{(2 - 2j)}$ $\underline{\hat{I}}'_2 = -\frac{11 - j}{4}$

On éteint la source de tension :	Diviseur de courant :
	$\underline{\hat{I}}''_2 = \frac{2 + 2j}{(2 + 2j - 4j)}\underline{\hat{I}}_S$ $\underline{\hat{I}}''_2 = \frac{2 + 2j}{(2 - 2j)}\underline{\hat{I}}_S$ $\underline{\hat{I}}''_2 = \frac{(1 + j)^2}{2}(3 + j)$ $\underline{\hat{I}}''_2 = -(1 - 3j)$

Par le principe de superposition :

$\underline{\hat{I}}_2 = \underline{\hat{I}}'_2 + \underline{\hat{I}}''_2 = -(3.75 - 3.25j) = -4.96\exp(-j40.91°) = 4.96\exp(139.09°j)$ (car multiplier par -1 est équivalent à multiplier par $\exp(j180°)$)

4) Calculez la puissance complexe $\underline{S} = \underline{UI}^*$ délivrée par la source de tension.

$$\underline{S} = \underline{U_S I_2^*} = \frac{1}{2}\underline{\hat{U}_S \hat{I}_2^*}$$
$$\underline{S} = \frac{1}{2}[7.81\cos(-50.18°)][4.96\exp(220.91°j)]$$
$$\underline{S} = 19.37\exp(170.73°j) = -19.12 + 3.12j \text{ VA}$$

5) Calculez la puissance active délivrée à la résistance de 2Ω (aide : commencez par calculer i1 en utilisant les formes algébriques).

Par la loi des nœuds :

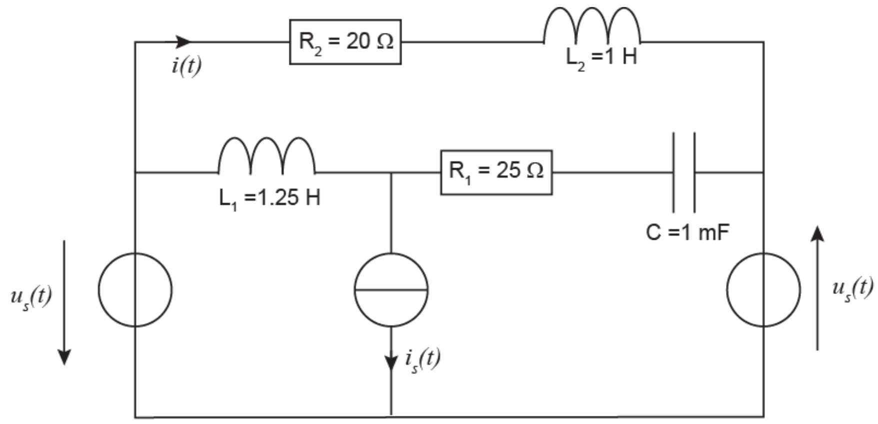
$\underline{\hat{I}_1} = \underline{\hat{I}_S} - \underline{\hat{I}_2} = 6.75 - 2.25j = 7.115 \exp(-18.435j°)$

La Puissance active est P = UIcos(ϕ), pour une résistance le déphasage est nul. Donc

$P = \frac{1}{2}\underline{\hat{U}\hat{I}_1} = \frac{1}{2}R\underline{\hat{I}}^2{}_1 = 50.623 \text{ W}$

Exercice 5 (6 points)

Considérez le circuit ci-dessous. Nous avons $u_s(t) = 20\cos(20t + 30°)$ V et $i_s(t) = 0.25\cos(20t + 15°)$ A.



1) Déterminez les impédances de tous les composants passifs.

$\underline{Z}_{L2} = j20\ \Omega,\qquad \underline{Z}_{L1} = j25\ \Omega,\qquad \underline{Z}_c = -j50\ \Omega$

Réponse : ………………………………………………………………..……………………

2) Écrivez $u_s(t)$ et $i_s(t)$ sous la forme phaseur crête.

$\underline{\hat{U}_s} = 20e^{j30°}\ V,\quad \underline{\hat{I}_s} = 0.25e^{j15°}\ A$

Réponse : ……………………………………………………………………..……………………

3) Déterminez le courant $i(t)$ (traversant R_2 et L_2), sous sa forme phaseur crête puis instantanée (aide : utilisez superposition)

-On enlève la source de courant.

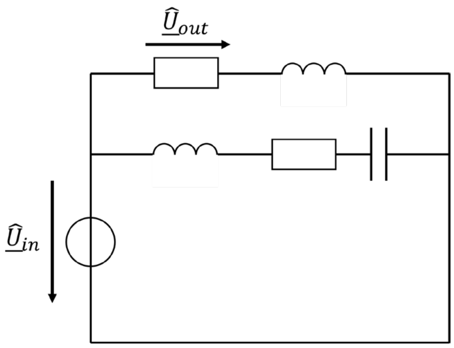
On a $2\underline{\hat{U}_s}$ aux bornes de $R_2 + Z_{L2}$, donc $\underline{\hat{I}_1} = \frac{2\underline{\hat{U}_s}}{R_2+Z_{L2}} = \sqrt{2}\, e^{-j15°}\ A$

-On enlève les deux sources de tension.

La tension aux bornes de $R_2 + Z_{L2}$ est nulle (court-circuit), donc $\underline{\hat{I}_2} = 0\ A$

Par superposition : $\underline{\hat{I}} = \sqrt{2}\, e^{-j15°}\ A$

4) Nous ne gardons maintenant *qu'une seule source de tension* (celle de gauche) et éteignons les 2 autres sources. Redessinez le circuit obtenu et utilisez ce nouveau circuit comme un filtre : U_{in} est la source de tension (sa fréquence peut maintenant varier) et U_{out} est mesurée aux bornes de la résistance de 20 Ω. Trouver donc la fonction de transfert du filtre et sa pulsation de coupure.



Par diviseur de tension :

$$\underline{U}_{out} = \frac{\underline{U}_{in} R_2}{R_2 + jL_2\omega}$$

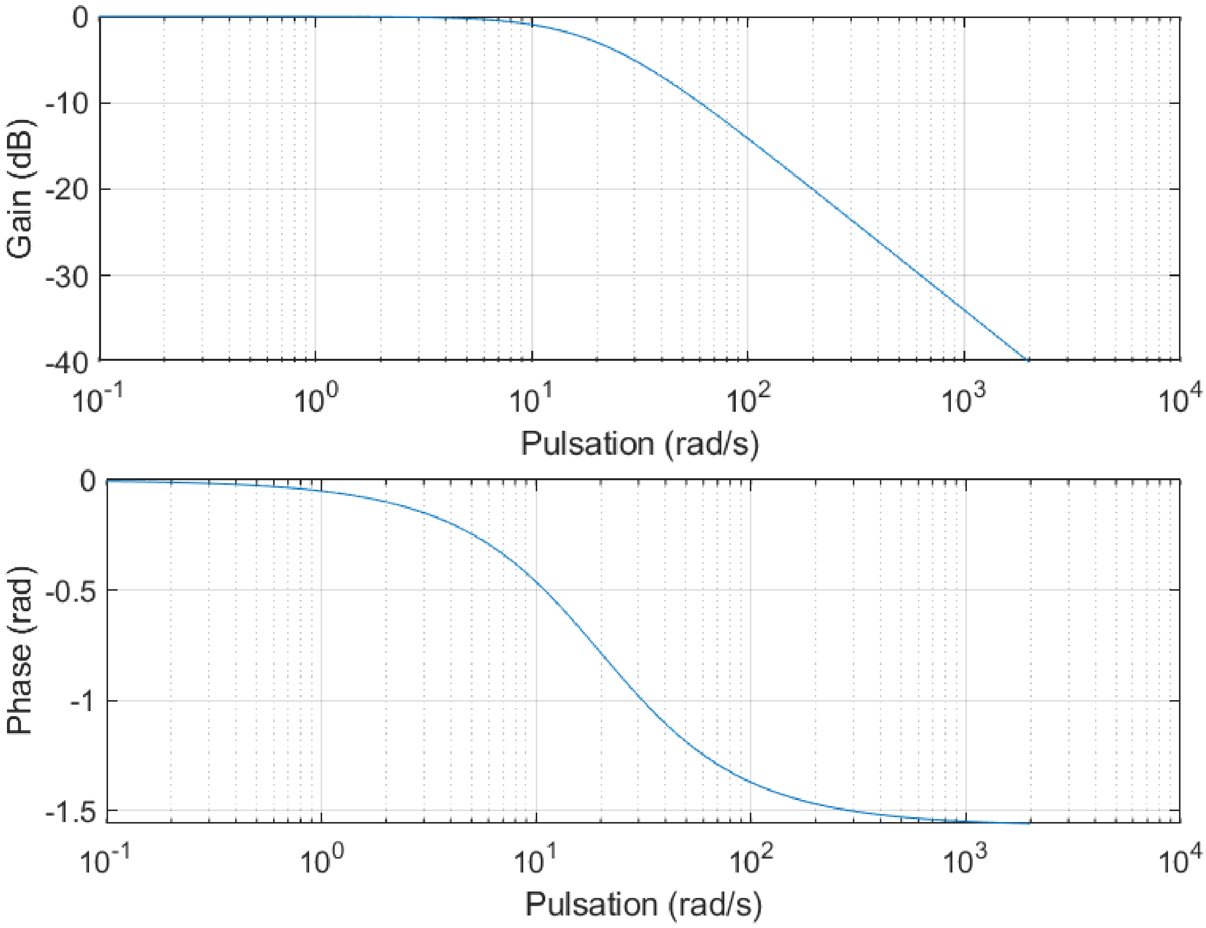
Donc :

$$\underline{H}(\omega) = \frac{R_2}{R_2 + jL_2\omega}$$

Constante de temps : $\tau = \frac{L_2}{R_2} = 50\ ms$

Pulsation de coupure : $\omega_c = \frac{1}{\tau} = 20\ rad/s$

5) Faire un graphe de Bode de son gain. Quel est le type de filtre ?


Gain (dB)
0
-10
-20
-30
-40
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
10^{4}
Pulsation (rad/s)
Phase (rad)
0
-0.5
-1
-1.5
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
10^{4}
Pulsation (rad/s)

Passe Bas !